UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA AMBIENTAL
AREA DE CIENCIAS BÁSICAS

MATEMÁTICA BÁSICA I

EXAMEN PARCIAL Y RESOLUCIÓN

DOCENTE: Mg. Gamaniel Gonzales Salvador

FACULTAD		FACULTAD DE INGENIERÍA AMBIENTAL					
AREA		DE CIENCIAS BÁSICAS					
Período lectivo	2017-II	AULA	D2-351	CURSO	AA 212	SECCION	todas
Fecha de evaluación	11 /10 /2017	Horario	10:00 a 12:00 Hr.				

1. Sea ABCD un rectángulo tal que $2\|\overline{AB}\| = \|\overline{AD}\|$ y sean E y F puntos medios de los lados $\overline{BC}\ y\ \overline{DC}$, respectivamente. Si $\bar{M} = \overline{AE} + \overline{AC} + \overline{AF}$. Hallar valor de:

$$Comp_{\overline{AB}}{}^{\bar{M}} + Comp_{\overline{AD}}{}^{\overline{2M}}$$

2. Dada las rectas no paralelas L_1 y L_2 , se llama bisectriz del ángulo que forman L_1 y L_2 y que determinan con estos ángulos iguales; si, L_1 : 3x-4y-10=0 y L_2 : 4x-3y-7=0. Encontrar la recta L_3 que contiene a la bisectriz del ángulo que forman L_1 y L_2 .. Indicar de L_3 :
(a) ecuación cartesiana (b) ecuación normal (c) ecuación simétrica.

3.- Demuestre que $\vec{a} + \vec{b}$ y $\vec{a} - \vec{b}$ son perpendiculares si y solamente si $\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\|$

4.- Sabiendo que $\|\vec{a}\| = 8$, $\|\vec{b}\|$= 2 , determinar para que valores De α los vectores $\vec{a} - \vec{b}$ +α$\vec{b}$ y $\vec{a} + \vec{b}$ -α$\vec{b}$ son ⊥ entre si

5.- Sea ABC un triángulo isósceles de lados iguales AC y BC. Si A = (5;2) , B= (13;8) , L = $\{P_0 + t\vec{a} /$ t ϵ R$\}$ contiene a los puntos medios de los lados AC y BC , $\|AC\| = 5\sqrt{5}$. Hallar la distancia del punto P_0= (-12; -4,5) a la recta que contiene el lado BC del triángulo

Solucionario

1.- Sea $\|\overline{AB}\| = a$; $\|\overline{AD}\| = 2a$

$$\overline{AE} = (a, a);\ \overline{AC} = (2a, a);\ \overline{AF} = (2a, \frac{a}{2})$$

En $\bar{M} = \overline{AE} + \overline{AC} + \overline{AF} = (5a\ , 5a/2)$

$$\overline{AB} = (0, a);\ \overline{AD} = (2a, 0); 2\ \bar{M} = (10a, 5a)$$

$$Comp_{\overline{AB}}{}^{\bar{M}} = 5a/2$$

$$Comp_{\overline{AD}}{}^{\overline{2M}} = 10a$$

$Comp_{\overline{AB}}{}^{\bar{M}} + Comp_{\overline{AD}}{}^{\overline{2M}} = \frac{25}{2}a$

2.-

Con L_1 : 3x-4y-10=0 y L_2 : 4x-3y-7=0

Punto de intersección: P=(-2/7 , -19/7)

Pendientes: m_1 =3/4, m_2 =4/3 , m_3 =m

Usando dos veces: $\cos\theta = \frac{\bar{a}.\bar{b}}{\|\bar{a}\|.\|\bar{b}\|}$ en la bisectriz: m=1

Entonces en L_3: m=1 , P=(-2/7 , -19/7)

(a) Ec. Cart.: x-y- $\frac{17}{7} = 0$

(b) Ec. Norm. : $\left(P - \left(-\frac{2}{7}, -\frac{19}{7}\right)\right).(1, -1) = 0$

(c) Ec. Simet.: $x + \frac{2}{7}$ = y + $\frac{19}{7}$

3.- Demostración

Sea los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, luego $\vec{a} + \vec{b}$ es perpendicular al vector $\vec{a}$ - $\vec{b}$ si y solo si ($\vec{a}$ + $\vec{b}$) . ($\vec{a}$ - $\vec{b}$) = 0

Desarrollando: $\vec{a}\vec{a}$ - $\vec{a}\vec{b}$ +$\vec{b}\vec{a}$ - $\vec{b}\vec{b}$ =0

Como: $\|\vec{a}\| = \sqrt{(\vec{a}\vec{a})}$ ó $\|\vec{b}\|^2 = \vec{b}\vec{b}$

Entonces: $\|\vec{a}\|^2 = \|\vec{b}\|^2 \rightarrow \|\vec{a}\| = \|\vec{b}\|$

4.- Si $\vec{a} - \vec{b} + \alpha\vec{b} \perp \vec{a} + \vec{b} - \alpha\vec{b}$

$\rightarrow (\vec{a} - \vec{b} + \alpha\vec{b}).(\vec{a} + \vec{b} - \alpha\vec{b}) = 0$

$\rightarrow (\vec{a} - (1-\alpha)\vec{b}).(\vec{a} + (1-\alpha)\vec{b}) = 0$

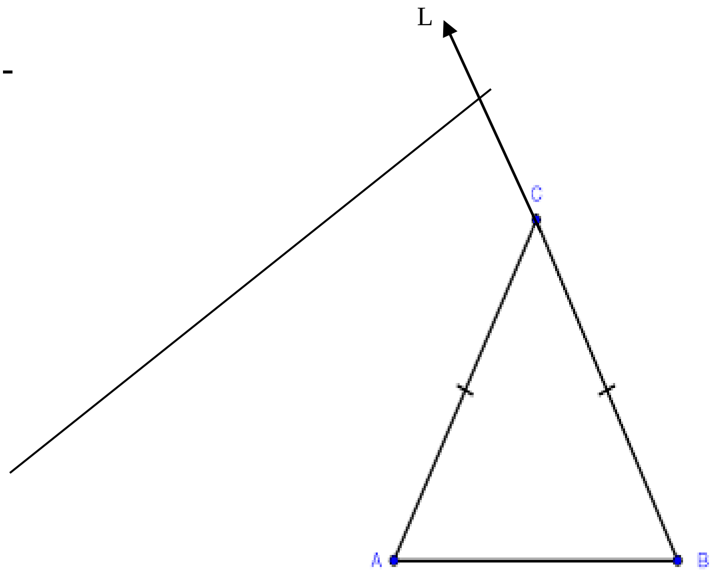
$\rightarrow \|\vec{a}\|.\|\vec{a}\| - \|\overrightarrow{(1-\alpha)b}\|.\|\overrightarrow{(1-\alpha)b}\| = 0$

$\rightarrow \|\vec{a}\|^2 = (1-\propto)^2\|\vec{b}\|^2 \rightarrow 64 = (1-\propto)^2.4$

$\rightarrow (1-\propto)^2 = 16 \rightarrow 1-\alpha = 4 \ \vee \ 1-\alpha = -4$

$\rightarrow$ Rta : $\alpha = -3 \ \vee \ \alpha = 5$

5.-



P(-12;-4.5)

Realizando los cálculos la distancia de $p_{0(-12;\,-4.5)}$ a la recta L es $10\sqrt{5}$