SOLUCIONARIO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA AMBIENTAL
AREA DE CIENCIAS BASICAS

CURSO: MATEMATICA II

EXAMEN PARCIAL

DOCENTES: Ing. Morales Alvarado, Hugo

Ing. Alvarado Jaramillo, Luis - Lic. Gamaniel

FACULTAD		FACULTAD DE AMBIENTAL					
AREA		DE CIENCIAS BASICAS					
Período lectivo	2017-I	AULA	todas	CURSO	AA 221	SECCION	TODAS
Fecha de evaluación	09 /05 /2017	Horario	4:00 a 6:00			Fila (*)	

Indicaciones:

- No está permitido el uso de celulares: apáguelo y guárdelo.
- No está permitido el uso de apuntes, materiales de clase o separatas.
- Está permitido el uso personal de calculadoras no programables.
- La ortografía, claridad, redacción y limpieza serán tomadas en cuenta en la calificación.

---

1. Resolver: $\displaystyle\int \frac{e^{\frac{3x}{2}}\,dx}{\sqrt{2+senh(x)}}$ **(4 ptos.)**

2. Resolver: $\displaystyle\int \frac{dx}{\left(\cos^2 x + 4senx - 5\right)\cos x}$ **(4 ptos.)**

3. Evaluar la integral: $\displaystyle\int_0^1 \frac{\left(1+2x-x^2\right)dx}{1+2x+x^2+2x^3+x^4}$ $= (x^2+x+1)^2 - 2x^2$ **(4 ptos.)**

4. Bajo la gráfica de una función $y = f(x)$ y sobre el eje x ; se determina una región "R" de área $A = (1+3x)^{1/2} - 1$; para $x \geq 0$ ¿Calcular el valor medio o promedio de $f(x)$ para $1 \leq x \leq 8$ **(4 ptos.)**

5. Hallar los máximos y mínimos de la función si existen:

$$f(x) = \int_0^{x^3-3x^2} \sqrt{t^2+1}\,dt$$ **(4 ptos.)**

SOLUCION Nº (1)

(1) $$I = \int \frac{e^{\frac{3x}{2}}\, dx}{\sqrt{2+\operatorname{Senh}(x)}} = \int \sqrt{\frac{e^{3x}}{2+\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}}}\, dx$$

$$I = \sqrt{2} \int \sqrt{\frac{e^{4x}}{4e^{x}+e^{2x}-1}}\, dx$$

$$= \sqrt{2} \int \frac{e^{2x}\, dx}{\sqrt{(e^{x}+2)^2-(\sqrt{5})^2}}$$

S.T: $$\boxed{(e^{x}+2) = \sqrt{5}\sec\theta} = e^{x} = (\sqrt{5}\sec\theta - 2)$$

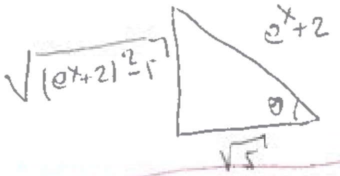
$$e^{x}\, dx = \sqrt{5}\sec\theta \cdot tg\theta\, d\theta = dx = \frac{\sqrt{5}\sec\theta \cdot tg\theta\, d\theta}{(e^{x})}$$

$$I = \sqrt{2} \int \frac{\cancel{\sqrt{5}}\sec\theta \cdot \cancel{tg\theta}\, d\theta \cdot e^{2x}}{\cancel{\sqrt{5}}\ \cancel{tg\theta}\ \cancel{e^{x}}} = \sqrt{2} \int e^{x} \sec\theta\, d\theta$$

$$I = \sqrt{2} \int (\sqrt{5}\sec\theta - 2) \sec\theta\, d\theta$$

$$I = \sqrt{2} \int (\sqrt{5}\sec^2\theta - 2\sec\theta)\, d\theta$$

$$I = \sqrt{2}\left[\sqrt{5}\, tg\theta - 2\ln(\sec\theta + tg\theta)\right] + C$$



$$\int \frac{e^{\frac{3x}{2}}\, dx}{\sqrt{2+\operatorname{Senh}(x)}} = \sqrt{2}\left[\sqrt{5}\left(\frac{\sqrt{(e^{x}+2)^2-5}}{\sqrt{5}}\right) - 2\ln\left(\frac{e^{x}+2}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{(e^{x}+2)^2-5}}{\sqrt{5}}\right)\right] + C$$

SOLUCION n° 2

② $$I = \int \frac{dx}{(\cos^2 x + 4\sin x - 5)(\cos x)} \frac{\cos x}{\cos x}$$

$$I = \int \frac{\cos x \, dx}{(\cos^2 x + 4\sin x - 5)\cos^2 x} = \int \frac{d(\sin x)}{(1-\sin^2 x + 4\sin x - 5)(1-\sin^2 x)}$$

haciendo : $\boxed{\sin x = z}$

$$I = \int \frac{d(z)}{(\underbrace{1-z^2+4z-5}_{(z-2)^2})(1-z^2)} = \int \frac{dz}{(1-z)(1+z)(z-2)^2}$$

Por fracciones parciales

$$\frac{1}{(z-2)^2(1+z)(1-z)} = \frac{A}{(z-2)^2} + \frac{B}{(z-2)} + \frac{C}{(1+z)} + \frac{D}{1-z}$$

$$I : \int \frac{dz}{(z-2)^2(1+z)(1-z)} = \int \left(\frac{A}{(z-2)^2} + \frac{B}{(z-2)} + \frac{C}{1+z} + \frac{D}{1-z}\right) dz$$

$$I = \frac{-A}{(z-2)} + B\ln(z-2) + C\ln(1+z) - D\ln(1-z) + C_1$$

$$\cancel{\int \frac{dx}{(\cos^2 x + 4\sin x - 5)\cos x} = B\ln(\sin x - 2) + \frac{A}{(\ldots)}}$$

$$\int \frac{dx}{(\cos^2 x + 4\sin x - 5)\cos x} = \frac{-A}{(\sin x - 2)} + B\ln(\sin x - 2) + C\ln(1+\sin x) - D\ln(1-\sin x) + C_1$$

SOLUCION n^{o} 1 (3)

EVALUAR:
$$\int_0^1 \frac{(1+2x-x^2)\,dx}{(1+2x+x^2+2x^3+x^4)}$$

POR FRACCIONES PARCIALES

$$\int_0^1 \frac{(1+2x-x^2)}{(1+x)^2(1+x^2)}dx = \int_0^1 \left(\frac{A}{(1+x)} + \frac{B}{(1+x)^2} + \frac{Cx+D}{(1+x^2)}\right) dx$$

$$= \left(A\ln(1+x) - \frac{B}{(1+x)} + \frac{C}{2}\ln(1+x^2) + D\,tg^{-1}(x)\right)$$

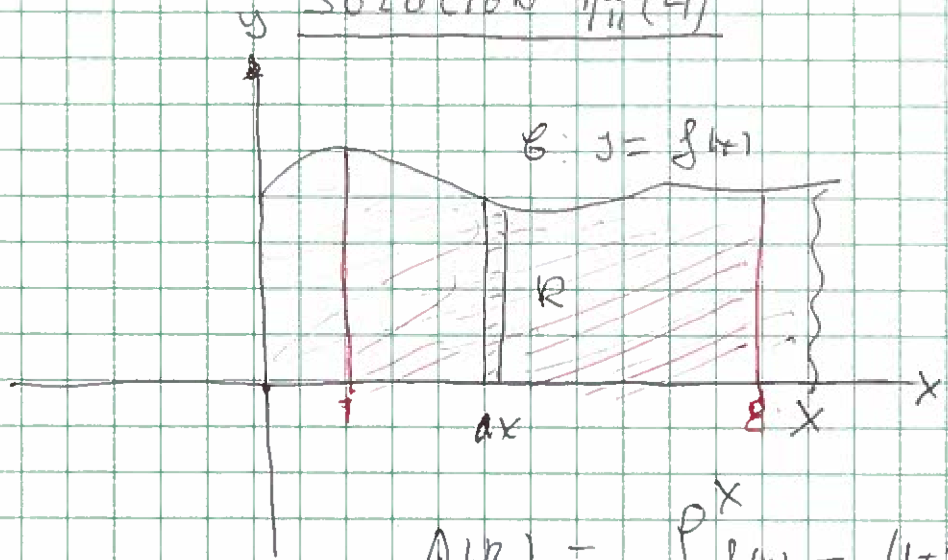
CALCULANDO:
$$\boxed{\begin{aligned} A &= 1 \\ B &= -1 \\ C &= -1 \\ D &= 1 \end{aligned}}$$

$$\int_0^1 \frac{(1+2x-x^2)\,dx}{(1+x)^2(1+x^2)} = \left[\ln(1+x) + \frac{1}{(1+x)} - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + tg^{-1}(x)\right]_0^1$$

EVALUANDO: R

RESPTA:
$$\boxed{\ln\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4} - 1/2}$$

SOLUCION n^o (4)



$$A(x) = \int_0^x f(x) = (1+3x)^{1/2} - 1$$

$y = f(x) \; / \; x \in [1, 8]$.

$a = 1$
$b = 8$.

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)\,dx = A(x)\Big|_1^8$$

$$f(c) = \frac{1}{(8-1)} \int_1^8 f(x)\,dx = \frac{1}{7} \left((1+3x)^{1/2} - 1 \right)_1^8 =$$

EVALUANDO:

$$\boxed{f(c) = \frac{3}{7}} = 0,428$$

SOLUCIÓN Nº (5)

$$f(x) = \int_0^{x^3-3x^2} \sqrt{t^2+1}\, dt$$

HALLAMOS LOS PUNTOS CRITICOS ESTACIONARIOS : $\boxed{f'(x)=0}$

$$f'(x) = \underbrace{\sqrt{(x^3-3x^2)^2+1}}_{(+)} \, \underbrace{(3x^2-6x)}_{0} = 0$$

$\therefore$ Los PTOS CRITICOS : son = {0;2}

Los valores extremos absolutos :

$f(0) = 0$ ~~MAXIMO~~ MAX ABSOLUTO

$f(2) = -\frac{1}{2}\left[4\sqrt{17} - \ln\left(\sqrt{17}-4\right)\right]$ MIN ABSOLUTO

$$f(2) = \int_0^{-4} \sqrt{t^2+1}\, dt = - \int_{-4}^{0} \sqrt{t^2+1}\, dt \quad (\alpha)$$

$$\int_{-4}^{0} \sqrt{t^2+1}\, dt = \int \sec\theta \cdot \sec^2\theta\, d\theta = \int \sec^3\theta\, d\theta$$

S.T : $t = tg\theta \rightarrow dt = \sec^2\theta\, d\theta$

$$\int_{-4}^{0} \sqrt{t^2+1}\, dt = \frac{1}{2}\left[tg\theta \cdot \sec\theta + \ln\left(tg\theta + \sec\theta\right)\right]$$

$$\int_{-4}^{0} \sqrt{t^2+1}\, dt = \frac{1}{2}\left[t\sqrt{t^2+1} + \ln\left(t+\sqrt{t^2+1}\right)\right]_{-4}^{0}$$

$$= \frac{1}{2}\left[0 - \left(-4\sqrt{17} + \ln\left(-4+\sqrt{17}\right)\right)\right]$$

$$\boxed{\int_{-4}^{0} \sqrt{t^2+1}\, dt = \frac{1}{2}\left[4\sqrt{17} - \ln\left(\sqrt{17}-4\right)\right]} \text{ en } \alpha$$