UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
Facultad de Ingeniería Ambiental
Departamento Académico de Ciencias y Estudios Específicos Básicos

SOLUCIONARIO EXAMEN FINAL DE FÍSICA 2 – AA 234 (E, F y G)

Profesores : Manuel Estrada, Sheila Malpartida y César Diez **Fecha :** 04 de julio 2019

Indicaciones: ***No se permite el uso de copias ni apuntes. Está prohibido el préstamo de calculadoras, correctores y el uso de celulares***

Pregunta 1: (5 puntos)

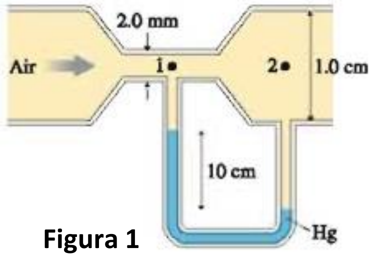


Figura 1

El tubo de Venturi o venturímetro es un instrumento que se utiliza para medir la velocidad de un fluido incompresible. Este instrumento está formado por dos secciones cónicas unidas por un tubo estrecho (figura 1). La presión en el venturímetro puede medirse por el tubo en forma de U que conecta la parte estrecha y la parte ancha del instrumento. Este tubo contiene mercurio, que, al paso del fluido, genera una diferencia de alturas entre sus brazos. Las secciones transversales del venturímetro son A1 y A2, siendo A1 > A2 y las presiones asociadas p1 y p2, produciendo una diferencia de altura ∆H en el tubo en U.

(a) Calcule la expresión que mide la velocidad del aire en los puntos 1 y 2, estas expresiones deben estar en función de las secciones A1, A2, p1, p2 y densidad del fluido.

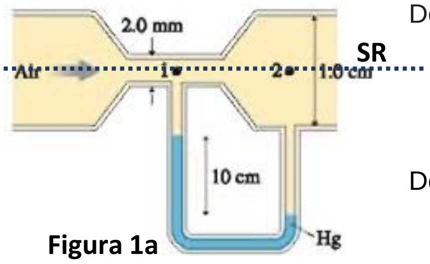


Figura 1a

De Bernoulli:

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g z_2 \qquad \text{(ec. 1)}$$

Donde ρ es la densidad del aire

$$p_1 + \rho_{Hg} g \Delta H = p_2$$

Donde ρ_{Hg} es la densidad del mercurio

Y desde el sistema de referencia (SR) $z_1 = z_2$

Del principio de continuidad:

$$A_1 v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot v_2$$

Reemplazando en la ec. 1:

$$v_2 = A_1 \sqrt{\frac{2 g \rho_{Hg} \Delta H}{\rho (A_2^2 - A_1^2)}} \qquad \text{(ec. 2)}$$

Así, la velocidad por la sección 1 será:

$$v_1 = A_2 \sqrt{\frac{2 g \rho_{Hg} \Delta H}{\rho (A_2^2 - A_1^2)}} \qquad \text{(ec. 3)}$$

Si el fluido que atraviesa el venturímetro es aire que se comporta como un como un fluido ideal.

(b) Calcule la velocidad del aire en los puntos 1 y 2, si los diámetros en las partes estrechas y anchas son 2.0 mm y 1.0 cm; la diferencia de altura ΔH en los brazos del tubo en U es 10.0 cm y la densidad del aire 1.2 kg/m3.

Sabiendo que la densidad del mercurio es 13.6x10^3 kg/m^3 y reemplazando en las ecuaciones 2 y 3

$$v_1 = 144\ m/s$$

$$v_2 = 5.8\ m/s$$

(c) ¿Cuál es la tasa de volumen de aire que circula por el venturímetro?

$$Q = A_1 v_1 = A_2 \cdot v_2 = \frac{\pi}{4}(0.01)^2 * 5.8 = 4.5x10^{-4} m^3/s$$

Pregunta 2: (5 puntos)

Un recipiente esférico de radio interno Ri, radio externo Re y conductividad térmica k, se encuentra a temperatura externa Te y temperatura interna Ti, siendo Ti < Te.

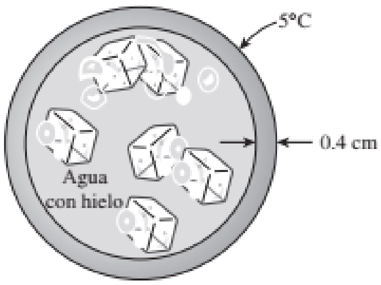


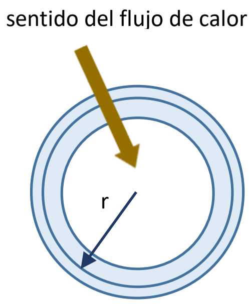
Figura 2

(a) Determine el valor de la corriente de calor en este sistema, si el flujo de calor es estacionario.

Ley de Fourier:

$$H = \frac{dQ}{dt} = -kA\frac{dT}{dr}$$

EL flujo es estacionario significa que H es constante, además área A será πr^2



$$\int_{Re}^{Ri} \frac{dr}{r^2} = \int_{Te}^{Ti} -\frac{4\pi k}{H} dT$$

$$H = \frac{4\pi k(Te-Ti)}{\frac{1}{Re}-\frac{1}{Ri}} \qquad \text{(ec. 4)}$$

(b) Si el recipiente esférico es de acero, los diámetros interno y externo son 19.6 cm y 20 cm, respectivamente, se llena con agua y hielo a 0 °C. La superficie externa está a 5 °C (figura 2). Calcule el valor de la corriente de calor

Dato: conductividad térmica acero: 50.2 W/ m.K

Reemplazando en la ecuación 4, se tiene:

$$H = \frac{4\pi k(Te - Ti)}{\frac{1}{Re} - \frac{1}{Ri}} = \frac{4\pi * 50.2(278 - 273)}{\frac{1}{0.10} - \frac{1}{0.098}} = -15.5\ kW$$

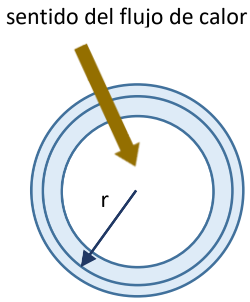
Un recipiente cilíndrico de radio interno Ri, radio externo Re, longitud L y conductividad térmica k, se encuentra a temperatura externa Te y temperatura interna Ti, siendo Ti < Te.

(c) Determine el valor de la corriente de calor en este sistema, si el flujo de calor es estacionario

Ley de Fourier:

$$H = \frac{dQ}{dt} = -kA\frac{dT}{dr}$$

EL flujo es estacionario significa que H es constante, además área A será $2\pi rL$



$$\int_{Re}^{Ri} \frac{dr}{r} = \int_{Te}^{Ti} -\frac{2\pi kL}{H} dT$$

$$H = \frac{2\pi kL}{\ln\left(\frac{Ri}{Re}\right)}(Te - Ti) \qquad \text{(ec. 4)}$$

(d) Si el recipiente cilíndrico es de acero, los diámetros interno y externo son 19.6 cm y 20.0 cm, respectivamente, y de longitud 30.0 cm, se llena con agua y hielo a 0 °C. La superficie externa está a 5 °C. Calcule el valor de la corriente de calor

Reemplazando en las ecuaciones 4 se tiene:

$$H = \frac{2\pi kL}{\ln\left(\frac{Ri}{Re}\right)}(Te - Ti) = \frac{2\pi x 50.2 x 0.30 x 5}{\ln\left(\frac{0.098}{0.10}\right)}(278 - 273) = -23.4 kW$$

(e) Respecto de sus resultados en los ítems b y d ¿en qué sistema la corriente de calor es mayor?

En el sistema cilíndrico, el agua gana más calor

Pregunta 3: (5 puntos)

La energía interna de un gas ideal es $U = 2.5\, nRT$ donde n es el número de moles y R la constante universal de gases ideales. Una muestra de 2 moles de este gas realiza un proceso termodinámico, iniciando siempre a presión de 100 kPa y temperatura 300 K.

(a) Según el enunciado, se trataría de un gas monoatómico o diatómico. Justifique su respuesta

Se trata de un gas diatómico. Debido a los grados de libertad del sistema, presentado en la energía interna.

(b) Determine la energía cinética media de una molécula de este gas

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \overline{v^2} = \frac{5}{2} \cdot k_B \cdot T = \frac{5}{2} \cdot 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 300K = 10.4 \times 10^{-21}\, J$$

Calcule los valores de la presión, volumen, temperatura, cambio de energía interna, calor y trabajo realizado sobre el gas, en los siguientes procesos:

(c) El gas es calentado a presión constante a 400 K.

$$P_i = P_f = 100\, kPa$$

$$V_i = \frac{n \cdot R \cdot T_i}{P_i} = \frac{2\, mol \cdot (8.31\, Pa \cdot m^3/K \cdot mol) \cdot 300\, K}{100000\, Pa} = \frac{4986\, Pa \cdot m^3}{100000\, Pa} = 0.0499\, m^3$$

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f} \Longrightarrow V_f = \frac{V_i}{T_i} \cdot T_f = \frac{0.0499}{300} \cdot 400 = 0.0665\, m^3$$

$$\Delta U = 2.5\, nR\Delta T = 2.5 * 2 * 8.31 * 100 = 4.1\, K\, J$$

$$W = -PdV = -100\, kPa * (0.0665 - 0.0499\, m^3) = -1.67\, kJ$$

$$Q = W + U = 1.7\, kJ + 4.1\, kJ = 5.7\, kJ$$

(d) El gas es calentado a volumen constante a 400 K.

$$V_i = V_f = 0.0499\, m^3$$

$$V_i = V_f = \frac{n \cdot R \cdot T_i}{P_i} = \frac{2\, mol \cdot (8.31\, Pa \cdot m^3/K \cdot mol) \cdot 300\, K}{100000\, Pa} = \frac{4986\, Pa \cdot m^3}{100000\, Pa} = 0.0499\, m^3$$

$$\frac{P_i}{T_i} = \frac{P_f}{T_f} \Longrightarrow P_f = \frac{P_i}{T_i} \cdot T_f = \frac{100\, kPa}{300} \cdot 400 = 133\, m^3$$

$$\Delta U = 2.5\, nR\Delta T = 2.5 * 2 * 8.31 * 100 = 4.1\, k\, J$$

$$Q = -W + U = -(0\, kJ) + 4.155\, kJ = 4.1\, kJ$$

(e) El gas es comprimido a temperatura constante a 120 kPa.

$$T_i = T_f = 300\, K$$

$$V_i = \frac{n \cdot R \cdot T_i}{P_i} = \frac{2\, mol \cdot (8.31\, Pa \cdot m^3/K \cdot mol) \cdot 300\, K}{100000\, Pa} = \frac{4986\, Pa \cdot m^3}{100000\, Pa} = 0.0499\, m^3$$

$$P_i \cdot V_i = P_f \cdot V_f \Longrightarrow P_f = \frac{P_i}{P_f} \cdot V_i = \frac{100\, kPa}{120\, kPa} \cdot 0.0499 m^3 = 0.0416\, m^3$$

$$\Delta U = 0\, J$$

$$W = -\int PdV = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{n \cdot R \cdot T}{V} dV = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln\frac{V_f}{V_i} = -4986\, Pa \cdot m^3 \cdot \ln\left(\frac{0.0416}{0.0499}\right)$$

$$W = -4986\, Pa \cdot m^3 \cdot \ln(0.8336) = -4986\, Pa \cdot m^3 \cdot (-0.182) = 907 J$$

$$Q = -W + U = -907.45\, J$$

(f) El gas es comprimido adiabáticamente a 120 kPa.

$$P_f = 120\, kPa$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{7}{5}$$

$$P_i \cdot V_i^{\gamma} = P_f \cdot V_f^{\gamma} \Rightarrow V_f = \left(\frac{P_i}{P_f}\right)^{1/\gamma} \cdot V_i = \left(\frac{100\ kPa}{120\ kPa}\right)^{1/\gamma} \cdot 0.0499 m^3$$

$$V_f = \left(\frac{P_i}{P_f}\right)^{1/\gamma} \cdot V_i = (0.833)^{\frac{7}{9}} \cdot 0.0499 = 0.868 \cdot 0.0499 = 0.0438\ m^3$$

$$\frac{P_i \cdot V_i}{T_i} = \frac{P_f \cdot V_f}{T_f} \Rightarrow T_f = \frac{P_f \cdot V_f \cdot T_i}{P_i \cdot V_i} = \frac{120\ kPa \cdot 0.0438 \cdot 300}{100\ kPa \cdot 0.0499} = \frac{1548}{4.99} = 316\ K$$

$$\Delta U = 2.5\ nR\Delta T = 2.5 * 2 * 8.31 * 16 = 0.66\ J$$

$$Q = -W + U = -(-1.66\ kJ) + 4.155\ kJ = 0.66\ kJ$$

Datos: constante de Boltzman = 1.38x10^{-23} J/mol.K, constante universal de gases: 8.31 J/mol.K, número de Avogadro: N_A= *6.023x10^{23}*

Pregunta 4: (5 puntos)

Un ciclo de Carnot está formado por los procesos mostrados en la figura 3a. Una máquina térmica que opera según el ciclo de Carnot, mostrada en la figura 3b, recibe 500 kJ de calor por ciclo desde una fuente de alta temperatura a 652 °C y rechaza calor hacia un sumidero de baja temperatura a 30 °C.

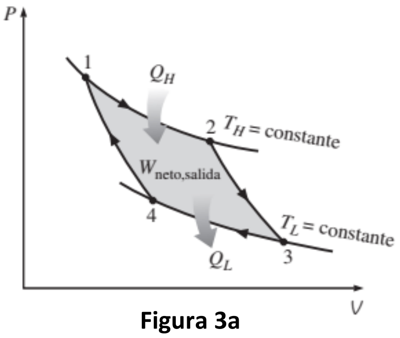


Figura 3a

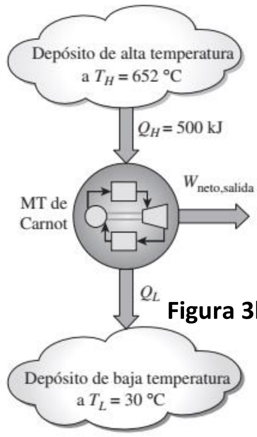


Figura 3b

(a) A partir de los procesos mostrados en la figura 3a, encuentre la expresión que mide la eficiencia térmica de un ciclo de Carnot. Este valor debe estar en función de las temperaturas T_H y T_L

Sabemos que la eficiencia de un ciclo de Carnot depende del trabajo producido en dicho ciclo y de la energía absorbida en el mismo.

$$e = \frac{W}{Q_{ingreso}} = \frac{Q_{hot} - Q_{cold}}{Q_{hot}} = 1 - \frac{Q_{cold}}{Q_{hot}}$$

En una expansión isotérmica, la temperatura no cambia. El trabajo que realiza un gas en una expansión isotérmica es:

$$W_{12} = n \cdot R \cdot T_h \cdot \ln\frac{V_2}{V_1}$$

De la primera Ley, se sabe que este trabajo es igual a Q_h.
De forma análoga ocurre en la compresión adiabática:

$$W_{34} = Q_c = n \cdot R \cdot T_c \cdot \ln\frac{V_4}{V_3}$$

Dividiendo ambas expresiones:

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{n \cdot R \cdot T_c \cdot \ln\frac{V_4}{V_3}}{n \cdot R \cdot T_h \cdot \ln\frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_c \cdot \ln\frac{V_4}{V_3}}{T_h \cdot \ln\frac{V_2}{V_1}} \qquad \text{Eq. 1}$$

De la relación quasi-estática y adiabática:

$$P \cdot V^{\gamma} = cte \qquad \text{Eq. 2}$$

Y de la ecuación de estado:

$$P = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

Reemplazando en la Ecuación Eq. 2:

$$P \cdot V^{\gamma} = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \cdot V^{\gamma} = \frac{T}{V} \cdot V^{\gamma} = cte \qquad \text{Eq. 3}$$

Si aplicamos la Eq. 3 a los procesos adiabáticos:

$$T_h \cdot V_2^{\gamma-1} = T_c \cdot V_3^{\gamma-1}$$
$$T_h \cdot V_1^{\gamma-1} = T_c \cdot V_4^{\gamma-1}$$

Al dividir ambos términos, nos queda:

$$\frac{T_h \cdot V_2^{\gamma-1}}{T_h \cdot V_1^{\gamma-1}} = \frac{T_c \cdot V_3^{\gamma-1}}{T_c \cdot V_4^{\gamma-1}} \Longrightarrow \frac{V_2^{\gamma-1}}{V_1^{\gamma-1}} = \frac{V_3^{\gamma-1}}{V_4^{\gamma-1}}$$
$$\Longrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \qquad \text{Eq. 4}$$

Y sustituyéndolo Eq. 4 en Eq. 1

$$\frac{Q_{cold}}{Q_{hot}} = \frac{T_{cold}}{T_{hot}}$$

De esta manera podemos escribir la eficiencia de Carnot como:

$$e = \frac{W}{Q_{ingreso}} = \frac{Q_{hot} - Q_{cold}}{Q_{hot}} = 1 - \frac{Q_{cold}}{Q_{hot}} = 1 - \frac{T_{cold}}{T_{hot}}$$

(b) De acuerdo a su resultado en el ítem a, calcule la eficiencia de esta máquina

$$e = 1 - \frac{T_{cold}}{T_{hot}} = 1 - \frac{303\ K}{925\ K} = 1 - 0.327 = 0.67 = 67\ \%$$

(c) La cantidad de calor rechazada por ciclo hacia el sumidero

$$\frac{Q_{cold}}{Q_{hot}} = \frac{T_{cold}}{T_{hot}}$$
$$Q_{cold} = \frac{T_{cold}}{T_{hot}} \cdot Q_{hot} = \frac{303}{925} \cdot 500\ kJ = 164\ kJ$$