



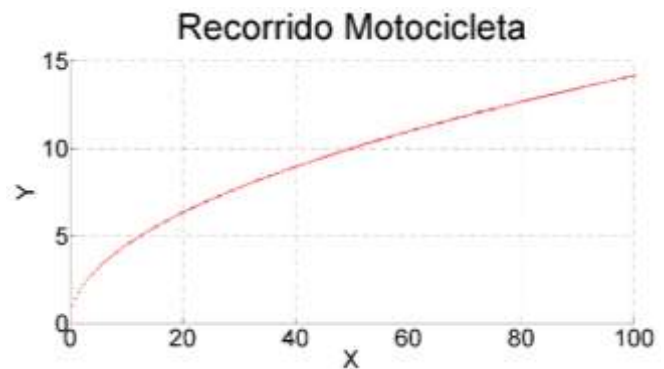
EXAMEN FINAL DE FÍSICA 1 – BFI-01 (E, F y G)

Profesores : Manuel Estrada, Sheila Malpartida y César Diez

Fecha : 01 de julio del 2019

Pregunta 1: (5 puntos)

Una motocicleta de 800 kg. (incluido el motociclista) se mueve sobre una pista recta que tiene el perfil que se ve en la figura ($y^2 = 2x$), con una velocidad constante de 108 km/h, cuando está pasando por la posición $x = 72$ m:



- (a) Haga el DCL de la motocicleta (considere como si fuera un punto)
- (b) Escriba las ecuaciones dinámicas de movimiento de la motocicleta.
- (c) Encuentre el ángulo que forma el peso de la motocicleta con la normal.
- (d) Determine las componentes normal y tangencial de la aceleración.
- (e) Determine la fuerza normal que la superficie ejerce sobre la motocicleta.

Pregunta 2: (5 puntos)

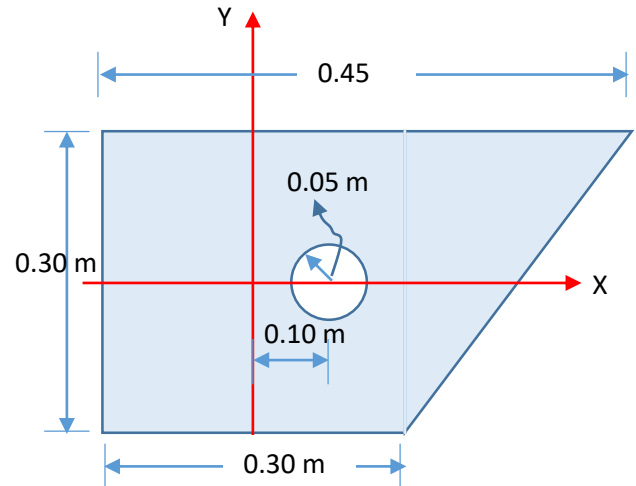
Los estudios en criminalística han determinado que el cráneo humano se rompe cuando es sometido a una presión (esfuerzo) superior a 5×10^7 N m⁻². Un martillo con cabeza cilíndrica de 2 kg de masa y con un diámetro de base de 2,5 cm cae desde el balcón de un edificio. Una persona que en ese instante está caminando bajo el balcón, recibe el impacto del martillo con la base paralela a la superficie de la cabeza, siendo la duración del impacto 1.0 ms. Determine:

- (a) El módulo de la fuerza máxima que puede soportar el cráneo humano sin fracturarse
- (b) El módulo del impulso sobre la cabeza de la persona
- (c) La velocidad con la que el martillo cae e impacta sobre la persona
- (d) La distancia máxima que recorre el martillo para no fracturar el cráneo de la persona



Pregunta 3: (5 puntos)

Se pretende lanzar al espacio una placa uniforme (densidad superficial 10 kg/m^2) a la que se le ha extraído una sección circular de 0.05 m de radio, la placa tiene la forma que se muestra la figura adjunta. El lanzamiento de la placa, se realiza con cierto ángulo de inclinación α y con una velocidad inicial v_0 , para seguir su trayectoria es necesario localizar su centro de masa, considerando el sistema de referencia xy de la figura y descomponiendo la placa en 3 figuras regulares (1 cuadrado, 1 triángulo y un círculo hueco):

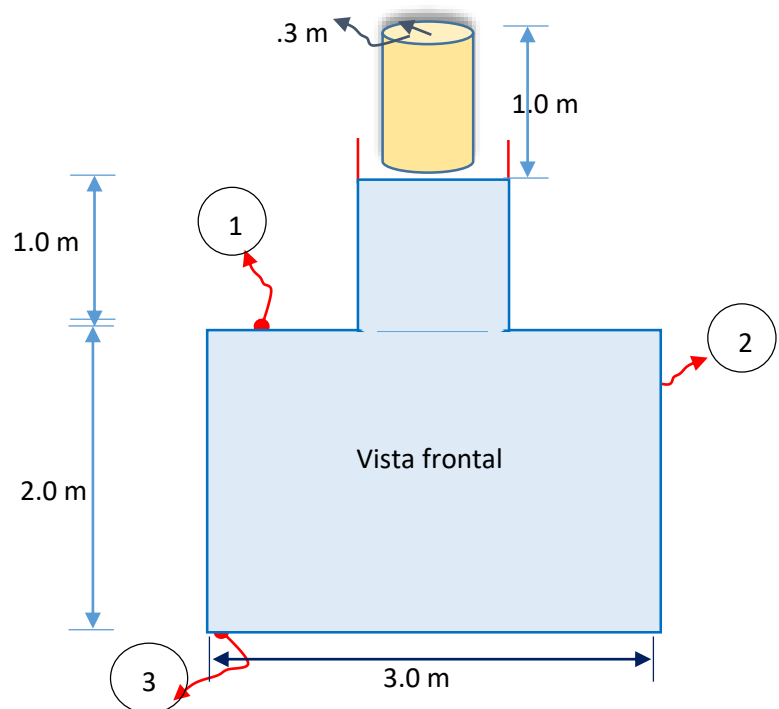
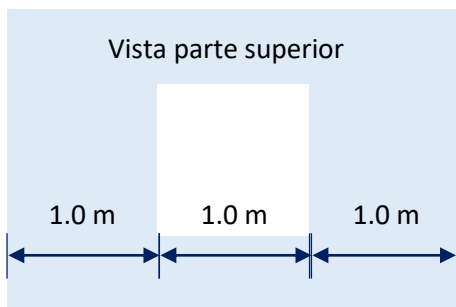


- Dibuja la placa utilizando los cuadraditos de la hoja de examen, 1cuadradito equivalente a $5\text{cm} \times 5\text{cm}$ (escala).
- Dibuja la ubicación del centro de masa de la parte de la figura de forma triangular.
- Dibuja la ubicación del centro de masa de la parte de la figura de forma cuadrada.
- Dibuja la ubicación del centro de masa del círculo hueco, explique de qué manera contribuye en la determinación del centro de masa de toda la placa.
- Determine el centro de masa de la placa.

Pregunta 4: (5 puntos)

El depósito que se muestra en la figura tiene sección cuadrangular y contiene agua como se indica en la figura adjunta. Se deja caer verticalmente un cuerpo de acero ($\gamma_{\text{acero}}=7800 \text{ kgf/m}^3$) de 0.3 m de radio y 1.0 m de altura. Entonces,

- Dibuje la posición final del cuerpo en el líquido y haga el DCL del cuerpo sumergido.
- Determine el empuje que ejerce el líquido sobre el cuerpo, explique su respuesta.
- Determine la fuerza que el líquido ejerce sobre el cuerpo.
- Encuentre la fuerza que ejerce el líquido sobre la superficie del recipiente en (1).
- Encuentre la fuerza que ejerce el líquido sobre la superficie del recipiente en (2).
- Encuentre la fuerza que ejerce el líquido sobre la superficie del recipiente en (3).





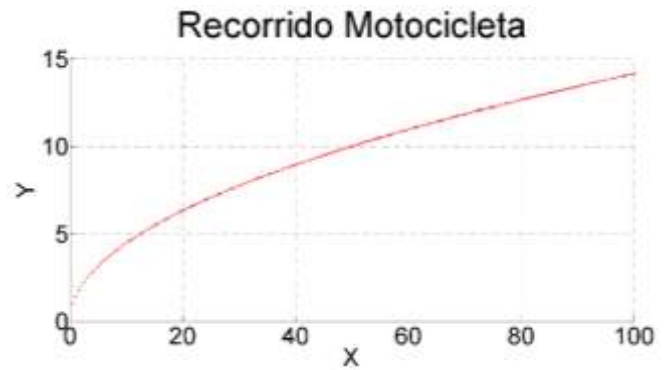
EXAMEN PARCIAL DE FÍSICA 1 – BFI-01 (E, F y G)

Profesores : Manuel Estrada, Sheila Malpartida y César Diez

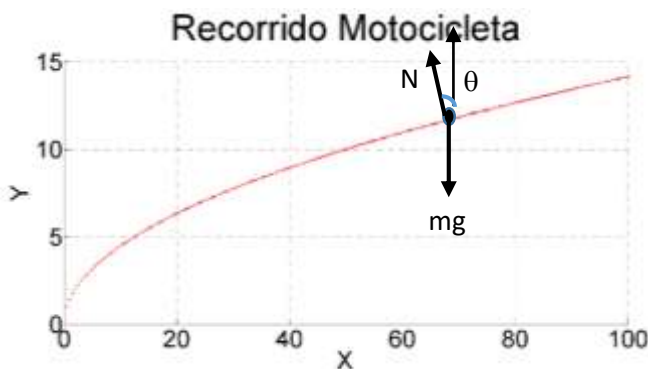
Fecha : 01 de julio del 2019

Pregunta 1: (5 puntos)

Una motocicleta de 800 kg. (incluido el motociclista) se mueve sobre una pista recta que tiene el perfil que se ve en la figura ($y^2 = 2x$), con una velocidad constante de 108 km/h, cuando está pasando por la posición $x = 72$ m:



(a) Haga el DCL de la motocicleta (considere como si fuera un punto)



La moto se mueva a velocidad constante:

$$v = 108 \frac{km}{h} \times \frac{1 h}{3600 s} \times \frac{1000 m}{1 km} = 30 m/s, \text{ por tanto } a_t = 0 m/s^2$$

(b) Escriba las ecuaciones dinámicas de movimiento de la motocicleta.

Del DCL, las ecuaciones dinámicas son:

$$(F_n, F_t) = m \cdot (a_n, a_t)$$

$$\begin{cases} F_n = ma_n \rightarrow mg \cos \theta - N = ma_n = m \frac{v^2}{R} \\ F_t = ma_t \rightarrow F_t = 0 \quad N = f - mg \sin \theta \end{cases}$$

(c) Encuentre el ángulo que forma el peso de la motocicleta con la normal.

$$y = (2x)^{1/2}$$

De la gráfica:

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} [(2x)^{1/2}] = (2x)^{-1/2}$$

Para $x = 72$ m,

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} [(2x)^{1/2}] = (144)^{-1/2} = 1/12$$



$$\theta = \text{atan}\left(\frac{1}{12}\right) = 0.083 \text{ rad} = 14.96^\circ$$

(d) Determine las componentes normal y tangencial de la aceleración.

$$a_t = \frac{dV}{dt} = 0 \text{ m/s}^2$$

$$a_N = \frac{V^2}{\rho} = \frac{(30 \text{ m/s})^2}{\left| \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{d^2y}{dx^2}} \right|^{3/2}} = \frac{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left| \frac{[1 + \{(2x)^{-1/2}\}^2]^{3/2}}{-(2x)^{-3/2}} \right|} = \frac{900 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left| \frac{[1 + (2x)^{-1}]^{3/2}}{-(2x)^{-3/2}} \right|}$$

$$a_N = \frac{900 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left| \frac{[1 + (144)^{-1}]^{3/2}}{-(144)^{-3/2}} \right|} = \frac{900 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left| \frac{[1.0069]^{3/2}}{-\frac{1}{1728}} \right|} = \frac{900 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left| \frac{1.0104}{-(2x)^{-3/2}} \right|}$$

$$a_N = \frac{900 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{|-1.0104 * 1728|} = \frac{900 \text{ m/s}^2}{1745.97} = 0.52 \text{ m/s}^2$$

(e) Determine la fuerza normal que la superficie ejerce sobre la motocicleta.

$$mg \cos \theta - N = ma = m \frac{V^2}{R}$$

$$N = mg \cos(14.96) - m \frac{V^2}{\rho} = 800 * 9.8 * 0.966 - 800 * 0.52 = 800 * 8.94$$

$$N = 7157.44 \text{ N}$$

Pregunta 2: (5 puntos)

Los estudios en criminalística han determinado que el cráneo humano se rompe cuando es sometido a una presión (esfuerzo) superior a $5 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$. Un martillo con cabeza cilíndrica de 2 kg de masa y con un diámetro de base de 2,5 cm cae desde el balcón de un edificio. Una persona que en ese instante está caminando bajo el balcón, recibe el impacto del martillo con la base paralela a la superficie de la cabeza, siendo la duración del impacto 1.0 ms. Determine:

La fuerza máxima está en función del esfuerzo que puede soportar la cabeza:

$$\geq 5 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$$

$$\sigma_{max} = 5 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2} = \frac{F_{\text{impacto}}}{A}$$

(a) El módulo de la fuerza máxima que puede soportar el cráneo humano sin fracturarse.

$$\sigma = \frac{F_{max}}{A} \Rightarrow F_{max} = \sigma \cdot A = 5 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2} \cdot (\pi r^2) = 5 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2} \cdot 3.14159 \cdot (0.0125)^2$$

$$F_{max} = 5 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2} \cdot (3.14159 \cdot 0.000156) = 5 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2} \cdot (4.9 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 24500 \text{ N}$$



(b) El módulo del impulso sobre la cabeza de la persona.

$$I = F_{max} \cdot \Delta t = 24500 \text{ N} \cdot \frac{1}{1000} \text{ s} = 24.5 \text{ N} \cdot \text{s}$$

(c) La velocidad con la que el martillo cae e impacta sobre la persona.

$$I = \Delta p = p_f - p_i = 0 - m \cdot v_{impacto}$$

$$24.5 \text{ N} \cdot \text{s} = 2 \cdot v_{impacto}$$

$$v_{impacto} = 12.25 \text{ m/s}$$

(d) La distancia máxima que recorre el martillo para no fracturar el cráneo de la persona.

Por la conservación de la energía,

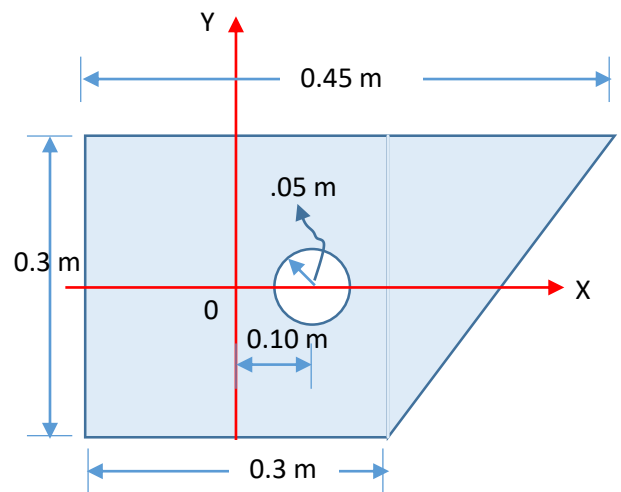
$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{impacto}^2$$

$$g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v_{impacto}^2$$

$$h = \frac{1}{2g} \cdot v_{impacto}^2 = \frac{1}{19.6} \cdot (12.25)^2 = \frac{1}{19.6} \cdot 150.06 = 7.65 \text{ m}$$

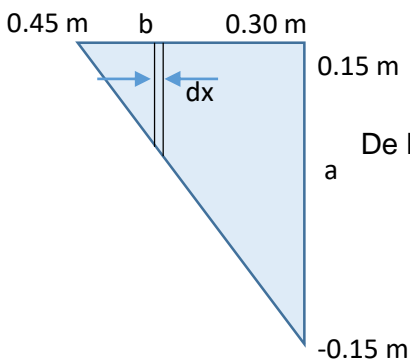
Pregunta 3: (5 puntos)

Se pretende lanzar al espacio una placa uniforme (densidad superficial 10 kg/m²) a la que se le ha extraído una sección circular de 0.05 m de radio, la placa tiene la forma que se muestra la figura adjunta. El lanzamiento de la placa, se realiza con cierto ángulo de inclinación α y con una velocidad inicial v_0 , para seguir su trayectoria es necesario localizar su centro de masa, considerando el sistema de referencia xy de la figura y descomponiendo la placa en 3 figuras regulares (1 cuadrado, 1 triángulo y un círculo hueco):



a. Dibuja la placa utilizando los cuadraditos de la hoja de examen, 1cuadradito equivalente a 5cmx5cm (escala).

b. Dibuja la ubicación del centro de masa de la parte de la figura de forma triangular.



Para el eje X, la diferencial de área es:

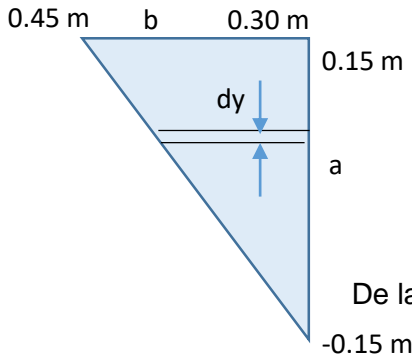
$$dA = dx \cdot y$$

De la gráfica, la proporción del sistema de referencia es

$$\frac{y}{x} = \frac{a}{b}$$

En la ecuación anterior quedaría:

$$dA = \frac{a}{b} x \cdot dx$$



$$X_{CM} = \frac{\int_M x dm}{\int_M dm}$$

$$\int_M x dm = \int_M x \cdot \sigma \cdot dA = \sigma \int_M x \cdot \frac{a}{b} x \cdot dx = \sigma \frac{a}{b} \cdot \int_0^b x^2 \cdot dx = \sigma \frac{a \cdot b^3}{3 \cdot b} = \sigma \frac{a \cdot b^2}{3}$$

$$\int_M dm = M = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sigma$$

$$X_{CM} = \frac{\int_M x dm}{\int_M dm} = \frac{\sigma \frac{a \cdot b^2}{3}}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sigma} = \frac{2}{3} b$$

Para el eje Y, la diferencial de área es:

$$dA = dy \cdot x$$

De la gráfica, la proporción del sistema de referencia es

$$\frac{y}{x} = \frac{a}{b}$$

En la ecuación anterior quedaría:

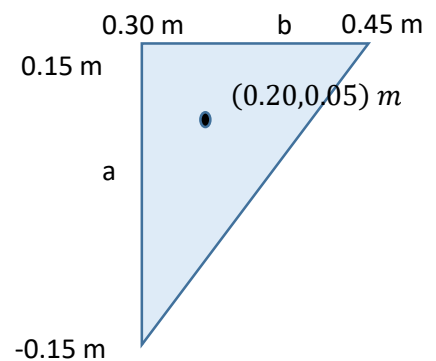
$$dA = \frac{b}{a} y \cdot dy$$

$$Y_{CM} = \frac{\int_M y dm}{\int_M dm}$$

$$\int_M y dm = \int_M y \cdot \sigma \cdot dA = \sigma \int_M y \cdot \frac{b}{a} y \cdot dy = \sigma \frac{b}{a} \cdot \int_0^a y^2 \cdot dy = \sigma \frac{b \cdot a^3}{3 \cdot a} = \sigma \frac{b \cdot a^2}{3}$$

$$\int_M dm = M = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sigma$$

$$Y_{CM} = \frac{\int_M y dm}{\int_M dm} = \frac{\sigma \frac{b \cdot a^2}{3}}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sigma} = \frac{2}{3} a$$



c. Dibuja la ubicación del centro de masa de la parte de la figura de forma cuadrada.

Si $r = 0.05 \text{ m}$:

$$X_{CM} = \frac{X_{CM_{\text{rectangulo izquierdo}}} \cdot M_{\text{rectangulo izquierdo}} + X_{CM_{\text{rectangulo derecho}}} \cdot M_{\text{rectangulo derecho}}}{M_{\text{Total}}} =$$

$$X_{CM} = \frac{X_{CM_{\text{rectangulo izquierdo}}} \cdot \sigma_{\text{pieza}} \cdot A_{\text{rectangulo izquierdo}} + X_{CM_{\text{rectangulo derecho}}} \cdot \sigma_{\text{pieza}} \cdot A_{\text{rectangulo derecho}}}{A_{\text{Total}} \cdot \sigma_{\text{pieza}}}$$

$$A_{\text{rectangulo derecho}} = a \cdot b - \pi r^2 = 0.30 \cdot 0.15 - \pi(0.05)^2 = 0.045 - \pi \cdot 0.0025 = 0.045 - 0.0079 \text{ m}^2$$

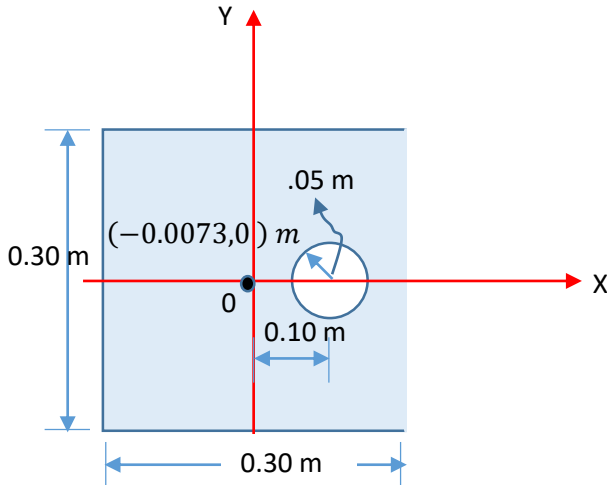
$$A_{\text{rectangulo derecho}} = 0.037 \text{ m}^2$$



$$A_{\text{rectangulo izquierdo}} = a \cdot b = 0.30 \cdot 0.15 = 0.045 \text{ m}^2$$

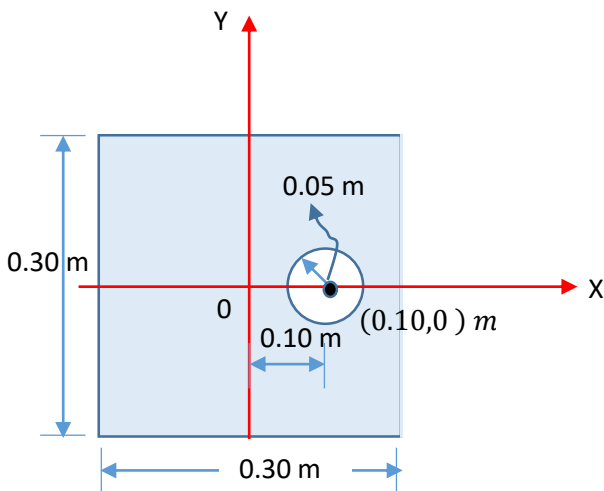
$$A_{\text{Total}} = 0.0371 + 0.045 = 0.0821 \text{ m}^2$$

$$X_{CM} = \frac{-0.075 \cdot 0.045 \cdot 10 + 0.075 \cdot 0.037 \cdot 10}{0.082 \cdot 10} = \frac{-0.003375 + 0.002775}{0.082} = \frac{-0.0006}{0.082} = -0.0073 \text{ m}$$



- d. Dibuja la ubicación del centro de masa del círculo hueco, explique de qué manera contribuye en la determinación del centro de masa de toda la placa.

Al perder masa, es como si la densidad del sistema cambiara de valor.



- e. Determine el centro de masa de la placa.

Si $r = 0.05 \text{ m}$:

$$X_{CM} = \frac{X_{CM_{\text{cuadrado}}} \cdot M_{\text{cuadrado}} + X_{CM_{\text{triangulo}}} \cdot M_{\text{triangulo}}}{M_{\text{Total}}} =$$

$$X_{CM} = \frac{X_{CM_{\text{cuadrado}}} \cdot \sigma_{\text{pieza}} \cdot A_{\text{cuadrado}} + X_{CM_{\text{triangulo}}} \cdot \sigma_{\text{pieza}} \cdot A_{\text{triangulo}}}{A_{\text{Total}} \cdot \sigma_{\text{pieza}}}$$

$$A_{\text{triangulo}} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{0.045}{2} = 0.0225 \text{ m}^2$$

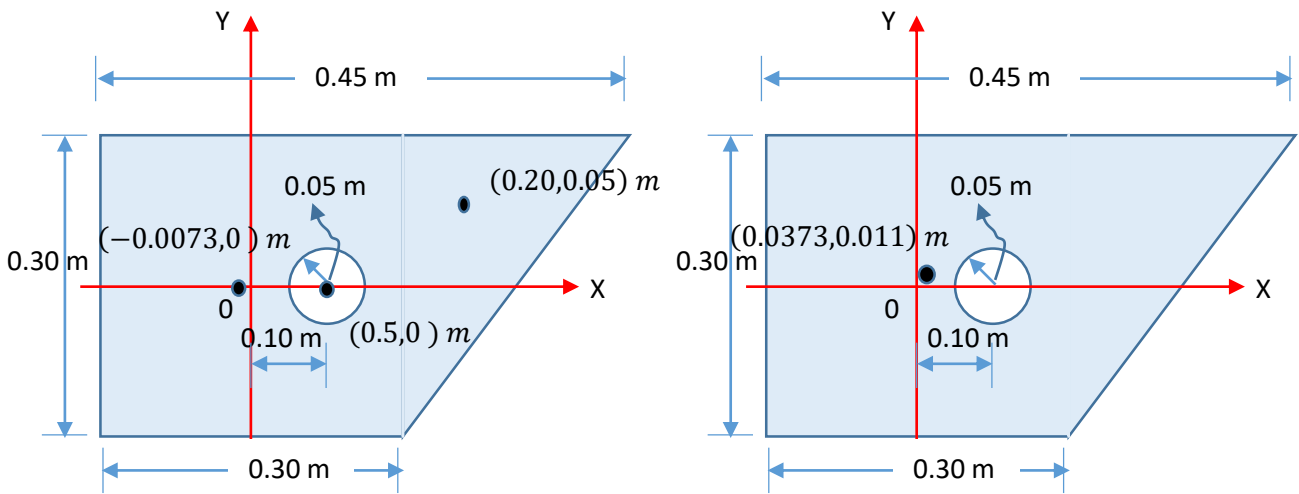
$$A_{\text{cuadrado}} = 0.037 + 0.045 = 0.082 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{total}} = 0.082 + 0.0225 = 0.1045 \text{ m}^2$$

$$X_{CM} = \frac{-0.0073 \cdot 0.082 \cdot 10 + 0.20 \cdot 0.0225 \cdot 10}{0.1045 \cdot 10} = \frac{-0.00059 + 0.0045}{0.1045} = \frac{0.0039}{0.1045} = 0.0373 \text{ m}$$



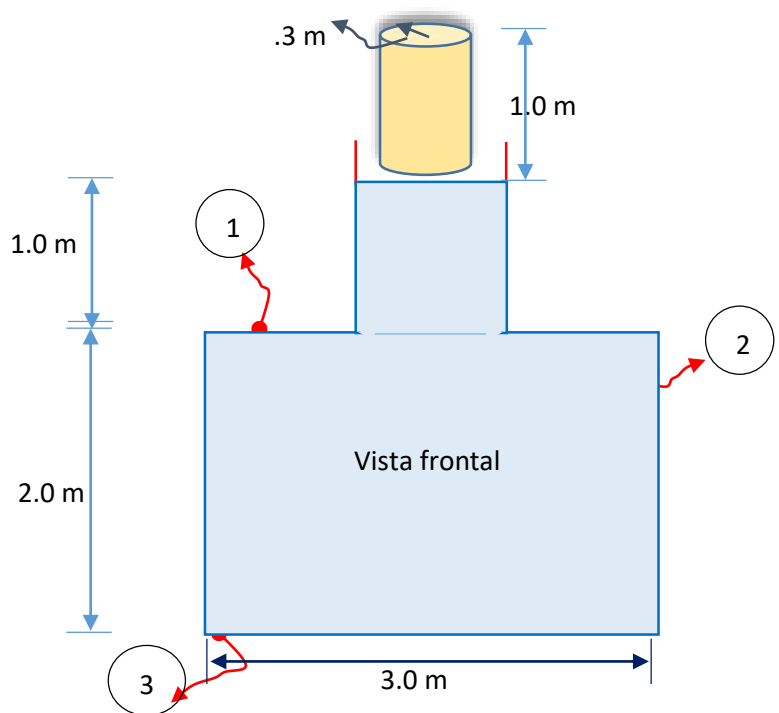
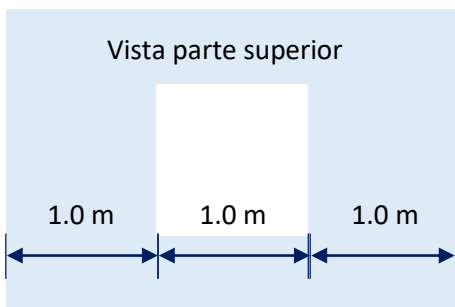
$$Y_{CM} = \frac{0 \cdot 0.082 \cdot 10 + 0.05 \cdot 0.0225 \cdot 10}{0.1045 \cdot 10} = \frac{0.001125}{0.1045} = 0.011 \text{ m}$$



El centro de masas del sistema es: (0.0373,0.011) m

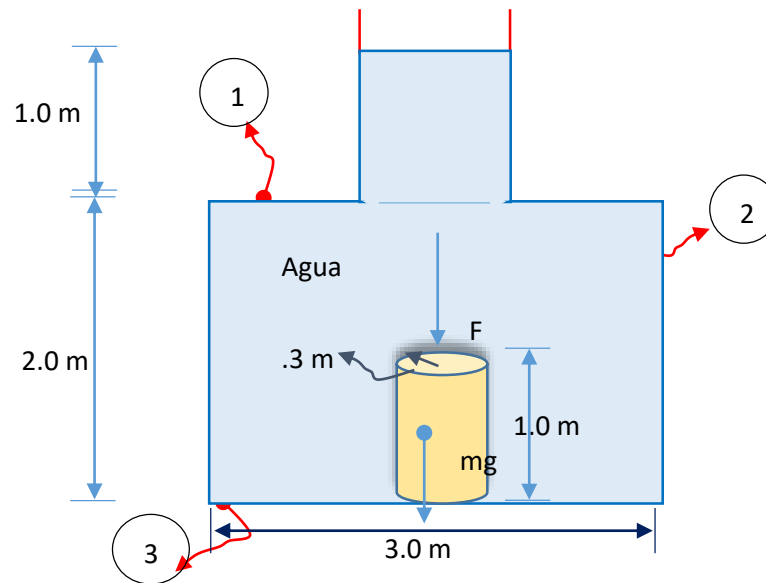
Pregunta 4: (5 puntos)

El depósito que se muestra en la figura tiene sección cuadrangular y contiene agua como se indica en la figura adjunta. Se deja caer verticalmente por su centro un cuerpo de acero ($\gamma_{\text{acero}}=7800 \text{ kgf/m}^3$) de 0.3 m de radio y 1.0 m de altura. Entonces,





a. Dibuje la posición final del cuerpo en el líquido y haga el DCL del cuerpo sumergido.



b. Determine el empuje que ejerce el líquido sobre el cuerpo, explique su respuesta.

Al estar en contacto con el depósito, el empuje es nulo.

c. Determine la fuerza que el líquido ejerce sobre el cuerpo.

La presión es: $P = \gamma \cdot h = 1020 \cdot 2 = 2040 \text{ kgf/m}^2$

El área donde se ejerce la fuerza es:

$$A_{\text{superficie cilindro}} = \pi r^2 = \pi(0.3)^2 = \pi * 0.09 = 0.2827 \text{ m}^2$$

La fuerza sería: $P = \frac{F}{A}$ entonces $F = P * A = 2040 * 0.2827 = 576.71 \text{ kgf}$

d. Encuentre la fuerza que ejerce el líquido sobre la superficie del recipiente en (1).

El área donde se ejerce la fuerza es:

$$A_{\text{superficie recipient pequeño}} = a * a = 1 * 1 = 1 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{superficie recipient grande}} = a * a = 3 * 3 = 9 \text{ m}^2$$

$$\Delta A = 8 \text{ m}^2$$

La presión es la diferencia, debido a que hay dos corrientes opuestas, una ascendente y otra descendente.

La fuerza en la superficie (1) sería:

$$F = \gamma * h * \Delta A = 1020 * 1 * 8 = 8160 \text{ kgf}$$

e. Encuentre la fuerza que ejerce el líquido sobre la superficie del recipiente en (2).



La fuerza sería:

$$F(2) = \int_1^3 P * dA = \int_1^3 \gamma * 3 * y dy = 3 * 1020 * \int_1^3 y dy = 3 * 1020 * \left. \frac{1}{2} y^2 \right|_1^3 \text{ kgf}$$

$$F(2) = 1530 * \left[y^2 \right]_1^3 = 1530 * [y^2]_1^3 = 1530 * (9 - 1) = 12240 \text{ kgf}$$

f. Encuentre la fuerza que ejerce el líquido sobre la superficie del recipiente en (3).

La presión es: $P = \gamma \cdot h = 1020 \cdot 3 = 3060 \text{ kgf/m}^2$

El área donde se ejerce la fuerza es:

$$A_{\text{superficie recipient (3)}} = a * a = 3 * 3 = 9 \text{ m}^2$$

La fuerza sería: $P = \frac{F}{A}$ entonces

$$F(3) = P * A = \gamma h A = 1020 * 3 * 9 = 27540 \text{ kgf}$$